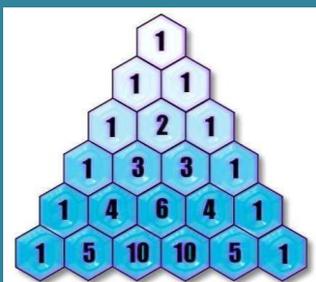
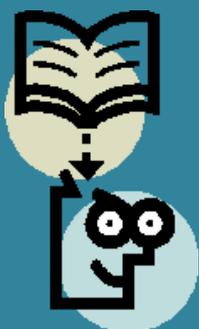
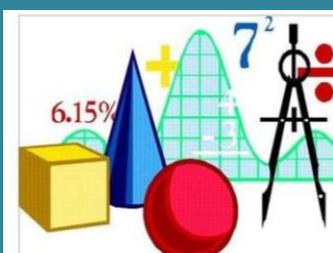
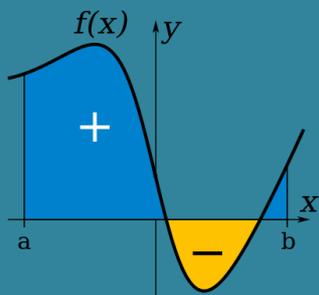




Областное государственное бюджетное  
профессиональное образовательное учреждение  
«Томский политехнический техникум»  
(ОГБПОУ «ТПТ»)



**ЗАДАНИЯ И МЕТОДИЧЕСКИЕ  
УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ  
ВНЕАУДИТОРНОЙ  
САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ  
ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ  
«МАТЕМАТИКА»**

ДЛЯ СТУДЕНТОВ 1 КУРСА  
(НА БАЗЕ 11 КЛАССОВ)

СПЕЦИАЛЬНОСТИ

21.02.11 ГЕОФИЗИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ  
ПОИСКОВ И РАЗВЕДКИ МЕСТОРОЖДЕНИЙ  
ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ

Автор: Е.А.Метелькова

**2016**

**Томск**

Метелькова Е.А. Задания и методические указания по выполнению внеаудиторной самостоятельной работы по учебной дисциплине «Математика» для студентов 1 курса (на базе 11 классов) специальности 21.02.11 *ГЕОФИЗИЧЕСКИЕ – МЕТОДЫ – ПОИСКОВ И РАЗВЕДКИ МЕСТОРОЖДЕНИЙ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ*. –Томск: ТПТ, 2016.-24с.

Данное пособие разработано в соответствии с требованиями ФГОС к минимуму содержания и уровню подготовки выпускников по специальности 21.02.11, на основании рабочей программы по учебной дисциплине «Математика» 2016г.

Рецензенты:

- Панина Н.С., преподаватель математики ОГБПОУ «ТАДТ», высшая квалификационная категория; председатель областного методического объединения преподавателей математики;

- Пирогова С.И., преподаватель математики ОГБПОУ «ТПТ», высшая квалификационная категория.

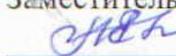
РАССМОТРЕНО

на заседании цикловой методической комиссии (ЦМК) естественнонаучных дисциплин

Председатель ЦМК

 А.И.Бикмухаметова  
Протокол № 3 от «20» 10 2016 г.

УТВЕРЖДАЮ

Заместитель директора по УМР  
 Е.А.Метелькова  
« 20 » 10 2016 г.

©Метелькова Е.А., 2016

# СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
<b><u>ВВЕДЕНИЕ</u></b>	4
<b><u>Самостоятельная работа № 1.</u></b> Реферат по одной из тем: а) «Применение комплексных чисел для решения задач электротехники»; б) «Применение комплексных чисел для решения задач экономики»; в) «Комплексные числа и кватернионы»	6
<b><u>Самостоятельная работа № 2.</u></b> Решение алгебраических уравнений на множестве комплексных чисел	7
<b><u>Самостоятельная работа № 3.</u></b> Конспект по теме «Операции над матрицами. Свойства определителей». Вычисление определителя четвертого порядка	8
<b><u>Самостоятельная работа №4.</u></b> Таблица-справочник «Кривые второго порядка»	9
<b><u>Самостоятельная работа №5.</u></b> Конспект по теме «Раскрытие математических неопределенностей по правилу Лопиталья». Вычисление пределов по правилу Лопиталья.	11
<b><u>Самостоятельная работа №6.</u></b> Конспект по теме «Понятие дифференциала. Приложения дифференциала к приближённым вычислениям»	11
<b><u>Самостоятельная работа №7.</u></b> Приближённые методы вычисления определённых интегралов (формулы прямоугольников, трапеций, малая формула трапеций)	12
<b><u>Самостоятельная работа №8.</u></b> Подготовка к экзамену	16
<b><u>ЗАКЛЮЧЕНИЕ</u></b>	18
<b><u>Список источников информации</u></b>	19
<b><u>Приложение А.</u></b> Образец титульного листа реферата	20
<b><u>Приложение В.</u></b> Справочник по теме «Производная функции»	21
<b><u>Приложение С.</u></b> Справочник по теме «Интегрирование функции»	22
<b><u>Приложение Д.</u></b> Перечень экзаменационных вопросов	23
<b><u>Приложение Е.</u></b> Перечень типовых экзаменационных задач	24
<b><u>Приложение F.</u></b> Портфолио достижений по учебной дисциплине ЕН.01 Математика	25

## ВВЕДЕНИЕ

Задания и методические указания по выполнению внеаудиторной самостоятельной работы по учебной дисциплине «Математика» для студентов 1 курса (на базе 11 классов) специальности 21.02.11 *ГЕОФИЗИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ПОИСКОВ И РАЗВЕДКИ МЕСТОРОЖДЕНИЙ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ* разработаны в соответствии с Рабочей программой учебной дисциплины «Математика» для специальности 21.02.11, 2016г.

Внеаудиторная самостоятельная работа студентов по дисциплине «Математика» предусматривает выполнение следующих видов работы в общем объеме 30 часов:

-формирование таблицы-справочника	3ч
-расчётное задание	8ч
-подготовка реферата	4ч
-подготовка конспекта	9ч
-подготовка к экзамену	6ч

Подготовка и выполнение внеаудиторной самостоятельной работы способствует формированию у студентов общих компетенций:

- ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес;
- ОК 2. Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество;
- ОК 3. Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность;
- ОК 4. Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития;
- ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности;
- ОК 8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации;

умения решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности (У1);

знаний:

-значения математики в профессиональной деятельности и при освоении ППСЗ (31);

-основных математических методов решения прикладных задач в области профессиональной деятельности (32);

-основных понятий и методов математического анализа (33), линейной алгебры (34), теории комплексных чисел (35), теории вероятностей и математической статистики (36);

-основ интегрального (37) и дифференциального исчисления (38).

Внеаудиторную самостоятельную работу следует выполнять в отдельной тетради в клетку, на обложке указать наименование дисциплины, номер группы, Ф.И.О. Каждый вид работы начинать с записи даты, темы и цели работы. Работа оформляется чётким подчерком без помарок. Графики функций, таблицы, схемы следует оформлять с применением чертежных принадлежностей. Отдельные виды внеаудиторной работы выполняются вне тетради (например, подготовка реферата, конспекта) согласно соответствующим рекомендациям.

# Самостоятельная работа №1

4 часа

Реферат по одной из тем:

- а) «Применение комплексных чисел для решения задач электротехники»;
- б) «Применение комплексных чисел для решения задач экономики»;
- в) «Комплексные числа и кватернионы».

## 1. Цель работы

Формирование знаний о применении комплексных чисел в различных отраслях практической деятельности человека; формирование умения осуществлять поиск и использование информации при разработке реферата; формирование компетенции использовать ИКТ в учебной и профессиональной деятельности.

Образовательные результаты в соответствии с программой: У1, 31, 32, 35.

## 2. Обеспечивающие средства

- 2.1. Методические указания по выполнению самостоятельной работы.
- 2.2. Интернет-браузер.

## 3. Требования к отчету

- 3.1. Выполнить задание на листах формата А4.

## 4. Технология выполнения задания

Пользуясь источниками информации, составить реферат по одной из указанных тем.

При работе необходимо пользоваться *Памяткой по подготовке реферата*.

### ПАМЯТКА ПО ПОДГОТОВКЕ РЕФЕРАТА

*Реферат* – краткое изложение в письменном виде или в форме публичного доклада содержания научного труда или трудов, обзор литературы по теме с отражением собственной позиции по теме.

Объём реферата от 5 до 10 машинописных страниц (в редких случаях допускается рукописный вариант работы).

Перед началом работы над рефератом следует наметить план и подобрать литературу.

Структура реферата:

- Титульный лист
- Содержание
- Введение
- «Основная часть»
- Заключение
- Перечень источников информации

Титульный лист оформить в соответствии с образцом (см. [Приложение А](#)).

Для иллюстрации содержания работы использовать рисунки с применением их порядковой нумерации.

Перечень источников информации (3–8 различных источников информации: литература, ссылки на интернет-сайты) должен быть оформлен в соответствии со следующими правилами цитирования первоисточников:

*1. Схема описания традиционных источников на печатной основе (книги, статьи):*

*А) Автор(ы) Фамилия, инициалы. Основное заглавие: сведения, относящиеся к заглавию/ Сведения об ответственности. - Сведения об издании. - Место издания, год издания. - Объем.*

*Б) Автор(ы). Название статьи// Название журнала.- Год издания.- Номер выпуска.- Страницы.*

*2. Интернет-ресурсы:*

*Автор(ы). Основное заглавие. Режим доступа: URL-адрес страницы  
Дата обращения \_\_. \_\_.20\_\_.*

Список информационных источников составляется по алфавиту.

Критерии оценки реферата:

- оценка «отлично» - за:

- 1) соответствие содержания работы теме;
  - 2) глубину проработки материала и полноту использования источников;
  - 3) соответствие структуры;
  - 4) оформление титульного листа и списка источников информации в соответствии с образцом;
  - 5) верную организацию ссылок по тексту на рисунки, таблицы, графики;
- оценка «хорошо» - за выполнение условий 1-3 при нарушении требований 4-5;
- оценка «удовлетворительно» - за выполнение условий 1, 3 при нарушении требований 2, 4, 5;
- оценка «неудовлетворительно» при нарушении условия 1.

[Назад в СОДЕРЖАНИЕ](#)

## **Самостоятельная работа №2**

2 часа

**Решение алгебраических уравнений на множестве комплексных чисел**

### ***1.Цель работы***

Закрепление умений решать квадратные уравнения на множестве комплексных чисел, осуществлять перевод комплексного числа из алгебраической в геометрическую форму, выполнять арифметические действия над комплексными числами в алгебраической форме.

Образовательные результаты в соответствии с программой: У1, 32, 35.

### ***2.Обеспечивающие средства***

- 2.1.Методические указания по выполнению самостоятельной работы.
- 2.2.Линейка, карандаш.

### ***3.Требования к отчету***

- 3.1.Номер работы, тема, цель.

3.2. Выполнить задание в тетради для самостоятельной работы в соответствии с данными своего варианта (см. таблицу 1.1).

#### 4. Технология выполнения задания

1. Решить квадратное уравнение  $ax^2+bx+c=0$  на множестве комплексных чисел.

Найти: 2. сумму корней;

3. разность корней;

4. произведение корней;

5. частное корней.

6. Преобразовать корни уравнения из алгебраической в геометрическую форму.

7. Найти модули корней уравнения.

*Таблица вариантов 1.1*

Вариант	Уравнение	Вариант	Уравнение
1	$x^2-2x+2=0$	18	$x^2+4x+8=0$
2	$x^2-10x+50=0$	19	$x^2-4x+8=0$
3	$x^2+10x+50=0$	20	$-x^2+4x-8=0$
4	$x^2+2x+2=0$	21	$x^2-6x+13=0$
5	$-x^2+2x-2=0$	22	$x^2+8x+20=0$
6	$2x^2+4x+4=0$	23	$x^2-8x+20=0$
7	$x^2+2x+5=0$	24	$-x^2+8x-20=0$
8	$x^2-2x+5=0$	25	$x^2+6x+10=0$
9	$-x^2-2x-5=0$	26	$x^2-6x+10=0$
10	$2x^2+20x+100=0$	27	$-x^2+6x-10=0$
11	$4x^2+12x+10=0$	28	$x^2+10x+26=0$
12	$2x^2-6x+5=0$	29	$x^2-10x+26=0$
13	$x^2+6x+13=0$	30	$-x^2+10x-26=0$
14	$2x^2-2x+5=0$	31	$-2x^2+6x-5=0$
15	$x^2-4x+13=0$	32	$-x^2+6x-13=0$
16	$x^2-2x+10=0$	33	$x^2-4x+13=0$
17	$x^2-6x+13=0$	34	$x^2+4x+13=0$

#### 5. Литература

5.1. [1], §1.

5.2. [3], §§16.1-16.6.

[Назад в СОДЕРЖАНИЕ](#)

### Самостоятельная работа №3

4 часа

Конспект по теме «Операции над матрицами. Свойства определителей». Вычисление определителя четвертого порядка.

#### 1. Цель работы

Формирование знаний о выполнении операций над матрицами и свойствах определителей; формирование умения вычислять определитель

четвертого порядка; формирование умения составлять конспект по информационному ресурсу.

Образовательные результаты в соответствии с программой: У1, 32, 34.

### **2. Обеспечивающие средства**

2.1. Методические указания по выполнению самостоятельной работы.

### **3. Требования к отчету**

3.1. Номер работы, тема, цель.

3.2. Задание 1 выполнить в тетради для конспектов.

3.3. Задание 2 выполнить в тетради для самостоятельной работы.

### **4. Технология выполнения задания**

Задание 1. Пользуясь источником информации составить конспект по плану:  
§1:

п.4. Линейные операции над матрицами (определение суммы матриц, пример 1, свойства сложения матриц; определение произведения матрицы на число, примеры 6, 8)

п.5. Умножение матриц (определение произведения матриц, пример 12, правила умножения прямоугольных матриц)

п.6. Свойства умножения матриц

§2:

п.2. Основные свойства определителей (с примерами)

п.3. Миноры и алгебраические дополнения (определение минора с примером 40, определение алгебраического дополнения с примером)

п.4. Теорема о разложении определителя по элементам строки или столбца (с примерами 44 и 45)

Задание 2. Вычислить определитель четвертого порядка в соответствии с данными своего варианта (см. таблицу 3.1)

**Таблица вариантов 3.1**

<b>Вариант</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
Определитель	№49 с.77	№50 с.77	№51 с.77	№41 с.75	$\begin{vmatrix} 2 & 3 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & -1 & 2 \\ 6 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & -5 \end{vmatrix}$

### **5. Литература**

5.1. [4], глава I, §§1-2, с.65-78.

[Назад в СОДЕРЖАНИЕ](#)

## **Самостоятельная работа №4**

3 часа

**Таблица-справочник «Кривые второго порядка»**

### **1. Цель работы**

Формирование знаний о видах кривых второго порядка и их свойствах, формирование умения выполнять построение графика уравнения кривой второго порядка.

Образовательные результаты в соответствии с программой: У1, 32, 34.

## 2. Обеспечивающие средства

2.1. Методические указания по выполнению самостоятельной работы.

2.2. Линейка, карандаш.

## 3. Требования к отчету

3.1. Номер работы, тема, цель.

3.2. Задание 1 выполнить в тетради для конспектов.

3.3. Задание 2 выполнить в тетради для самостоятельной работы.

## 4. Технология выполнения задания

Задание 1. Пользуясь источником информации составить таблицу-справочник следующего вида:

**Таблица 4.1**

Наименование свойства	Кривые второго порядка и их свойства			
	Окружность	Эллипс	Гипербола	Парабола
Определение кривой				
Каноническое уравнение кривой (все виды)				
Вид графика(ов)				
Определения, обозначения, формулы для вычисления: -фокус(ы), -положение фокуса(ов), -фокусное расстояние, -координаты фокусов, -большая и малая/действительная и мнимая оси, -эксцентриситет, -соотношения между $a, b, c$ ; -асимптота, -директриса (уравнение)				

Задание 2. В тетради для самостоятельной работы в соответствии с данными своего варианта (см. таблицу 4.2):

- 1) привести уравнение к каноническому виду;
- 2) определить вид кривой;
- 3) построить график кривой.

**Таблица вариантов 4.2**

Вариант	Уравнение	Вариант	Уравнение
<b>1</b>	$x^2 + y^2 - 10x - 6y - 2 = 0$	<b>6</b>	$16x^2 + 25y^2 - 400 = 0$
<b>2</b>	$4x^2 - 8x + y^2 - 4y + 4 = 0$	<b>7</b>	$9x^2 + 18x + 4y^2 - 8y - 23 = 0$
<b>3</b>	$16x^2 + 64x + 9y^2 - 18y - 71 = 0$	<b>8</b>	$144x^2 - 25y^2 - 3600 = 0$
<b>4</b>	$4x^2 - 8x + y^2 + 4y - 8 = 0$	<b>9</b>	$36x^2 = 25y^2 + 900$
<b>5</b>	$x^2 + y^2 - 10x + 9 = 0$	<b>10</b>	$x^2 + y^2 - 10x + 2y + 1 = 0$

## 5. Литература

5.1. [4], глава III, §7, с.152-159.

[Назад в СОДЕРЖАНИЕ](#)

## Самостоятельная работа №5

3 часа

### Конспект по теме «Раскрытие математических неопределенностей по правилу Лопиталья». Вычисление пределов по правилу Лопиталья.

#### 1. Цель работы

Формирование знаний о правиле Лопиталья для раскрытия математических неопределенностей, закрепление умения вычислять пределы; формирование умения составлять конспект информационного ресурса.

Образовательные результаты в соответствии с программой: У1, 32.

#### 2. Обеспечивающие средства

- 2.1. Методические указания по выполнению самостоятельной работы.
- 2.2. Таблица производных (см. [Приложение В](#)).

#### 3. Требования к отчету

- 3.1. Номер работы, тема, цель.
- 3.2. Задание 1 выполнить в тетради для конспектов.
- 3.3. Задание 2 выполнить в тетради для самостоятельной работы.

#### 4. Технология выполнения задания

Задание 1. Пользуясь источником информации составить конспект по плану:

- 1.1. раскрытие неопределенностей вида  $0/0$ .  
Формулировка теоремы 5.10.+формула. Примеры 1, 2, 3.
- 1.2. раскрытие неопределенностей вида  $\infty/\infty$ . Пример 4.
- 1.3. другие виды неопределенностей и их раскрытие. Примеры 5, 10.

Задание 2. Вычислить пределы функций в соответствии с данными своего варианта (см. таблицу 5.1):

*Таблица вариантов 5.1*

Вариант	1	2	3	4	5
Задания	Упр.1 с.298 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{e^x}$	Упр.2 с.298 Упр.3 с.300	Упр.3 с.298 Упр.4 с.300	Упр.4 с.298 Упр.2 с.300	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$ Упр.1 с.300

#### 5. Литература

- 5.1. [7], глава 5, §13, с.295-302.

[Назад в СОДЕРЖАНИЕ](#)

## Самостоятельная работа №6

4 часа

### Конспект по теме «Понятие дифференциала. Приложения дифференциала к приближённым вычислениям»

#### 1. Цель работы

Формирование знаний о дифференциале и его применении к вычислению производных; формирование умения составлять конспект информационного ресурса.

Образовательные результаты в соответствии с программой: У1, 32, 33, 38.

## **2. Обеспечивающие средства**

2.1. Методические указания по выполнению самостоятельной работы.

2.2. Микрокалькулятор.

## **3. Требования к отчету**

3.1. Номер работы, тема, цель.

3.2. Задание 1 выполнить в тетради для самостоятельной работы.

3.3. Задание 2 выполнить с тетрадью для конспектов.

## **4. Технология выполнения задания**

Задание 1. Вычислить значения числовых выражений с применением дифференциала функции (с записью использующихся формул) в соответствии с данными своего варианта (см. таблицу 6.1).

Задание 2. Подготовка к контрольной работе (теория пределов, производная функций, применение производной).

**Таблица вариантов 6.1**

<b>Задание</b>	<b>Вариант</b>					
	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
<b>№1</b>	$(9,06)^2$	$(1,012)^3$	$(9,95)^3$	$(1,005)^{10}$	$(0,975)^4$	$(0,988)^3$
<b>№2</b>	$\sqrt[3]{1,012}$	$\sqrt{25,16}$	$\sqrt{24,84}$	$\sqrt{101}$	$\sqrt[3]{999,5}$	$\sqrt[10]{1,03}$
<b>№3</b>	$\frac{1}{0,997}$	$\frac{1}{1,004}$	$\frac{1}{1,02}$	$\frac{2}{0,998}$	$\frac{3}{1,003}$	$\frac{1}{0,97}$

## **5. Литература**

5.1. [1], §§60,61.

5.2. [4], глава IV, §6.

[Назад в СОДЕРЖАНИЕ](#)

## **Самостоятельная работа №7**

4 часа

**Приближённые методы вычисления определённых интегралов  
(формулы прямоугольников, трапеций, малая формула трапеций)**

### **1. Цель работы**

Формирование умения применять численные приближённые методы к вычислению «неберущихся» определённых интегралов; формирование умения составлять конспект информационного ресурса.

Образовательные результаты в соответствии с программой: У1, 32, 33, 37.

## **2. Обеспечивающие средства**

2.1. Методические указания по выполнению самостоятельной работы.

2.2. Информационный лист.

2.3. Таблица интегралов (см. [Приложение С](#)).

2.4. Микрокалькулятор, линейка, карандаш.

## **3. Требования к отчету**

3.1. Номер работы, тема, цель.

3.2. Задание 1 выполнить в тетради для конспектов.

3.3. Задание 2 выполнить в тетради для самостоятельной работы.

3.2. Выполнить задание в тетради для самостоятельной работы в соответствии с данными своего варианта (см. таблицу 7.1).

#### 4. Технология выполнения задания

Задание 1. Пользуясь информационным листом,

- а) записать суть приближённых методов вычисления определённых интегралов,
- б) выписать формулы прямоугольников и трапеций.

Задание 2. Выполнить в соответствии с данными своего варианта (см. таблицу 7.1).

- 2.1. Выполнить приближённое вычисление определённого интеграла с помощью обеих формул.
- 2.2. Вычислить определённый интеграл одним из традиционных методов.
- 2.3. Сравнить результаты вычислений. Сделать вывод.
- 2.4. \*При необходимости воспользоваться учебными пособиями (п.5).

#### ИНФОРМАЦИОННЫЙ ЛИСТ

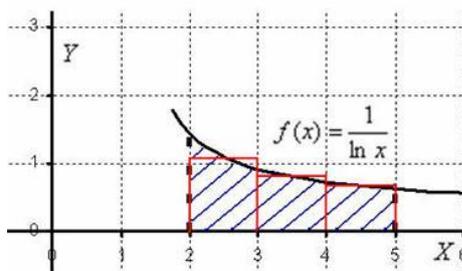
Рассмотрим суть и отличие методов прямоугольников и трапеций на

примере вычисления «неберущегося» определённого интеграла  $I = \int_2^5 \frac{dx}{\ln x}$ .

В обоих методах строится подынтегральная функция.

**Метод прямоугольников.** Отрезок интегрирования разбивается на несколько частей и строится ступенчатая фигура (*гистограмма*), которая по площади близка к искомой площади. В данном примере проведено разбиение отрезка интегрирования  $[2;5]$  на три отрезка:  $[2;3]$ ,  $[3;4]$ ,  $[4;5]$ .

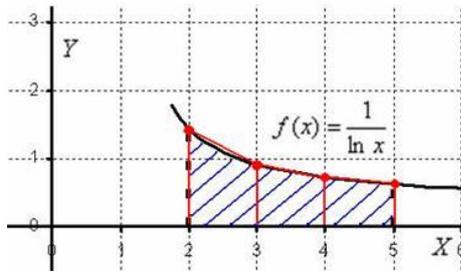
Чем больше отрезков разбиения, тем выше точность.



**Рисунок 1.** Метод прямоугольников

Метод прямоугольников даёт грубое приближение площади, поэтому реже встречается на практике.

**Метод трапеций.** Отрезок интегрирования разбивается на несколько промежуточных отрезков, и график подынтегральной функции приближается *ломаной* линией:



**Рисунок 2.** Метод трапеций

Таким образом, площадь приближается суммой площадей трапеций. Метод трапеций даёт значительно лучшее приближение, чем метод прямоугольников (при одинаковом количестве отрезков разбиения). И чем больше мелких промежуточных отрезков мы рассмотрим, тем будет выше точность.

**Как вычислить определенный интеграл методами прямоугольников и трапеций?**

Рассмотрим определенный интеграл  $I = \int_a^b f(x) dx$ , где  $f(x)$  – функция, непрерывная на отрезке  $[a; b]$ . Проведём разбиение отрезка  $[a; b]$  на  $n$  равных отрезков:  $[x_0; x_1], [x_1; x_2], [x_2; x_3], \dots, [x_{n-1}; x_n]$ .

При этом, очевидно:  $x_0 = a$  (нижний предел интегрирования) и  $x_n = b$  (верхний предел интегрирования). Точки  $x_0, x_1, x_2, x_3, \dots, x_{n-1}, x_n$  называют узлами. Тогда определенный интеграл можно вычислить приближенно по формуле прямоугольников:

$$I_n = \int_a^b f(x) dx \approx h \cdot [f(x_0) + f(x_1) + f(x_2) + \dots + f(x_{n-1})] \quad (7.1)$$

Или по формуле трапеций:

$$I_n = \int_a^b f(x) dx \approx h \cdot \left[ \frac{f(x_0) + f(x_n)}{2} + f(x_1) + f(x_2) + \dots + f(x_{n-1}) \right] \quad (7.2)$$

где  $h = \frac{(b-a)}{n}$  – длина каждого из маленьких отрезков или шаг;  
 $f(x_i)$  – значения подынтегральной функции в точках  $x_0, x_1, x_2, x_3, \dots, x_{n-1}, x_n$ .

**Пример 7.1.** Вычислить приближенно определенный интеграл

$$I = \int_2^5 \frac{dx}{\ln x}$$

по формуле трапеций при: а)  $n=3$ ; б)  $n=5$ .

Результаты округлить до трёх знаков после запятой.

**Решение.**

а) По условию отрезок интегрирования нужно разделить на 3 части, т.е.  $n = 3$ .

$$h = \frac{(b-a)}{n} = \frac{5-2}{3} = 1$$

Вычислим длину каждого отрезка разбиения (шаг):

Узлов разбиения  $x_i$  будет на 1 больше, чем количество отрезков:

$$x_0 = 2 \quad x_1 = x_0 + h = 2 + 1 = 3 \quad x_2 = x_1 + h = 3 + 1 = 4 \quad x_3 = x_2 + h = 4 + 1 = 5$$

Таким образом, общая формула трапеций примет вид :

$$I_3 = \int_2^5 \frac{dx}{\ln x} \approx 1 \cdot \left[ \frac{f(x_0) + f(x_3)}{2} + f(x_1) + f(x_2) \right]$$

Для расчетов можно использовать микрокалькулятор, с точностью до тысячных:

$$\begin{aligned} f(x_0) = f(2) &= \frac{1}{\ln 2} \approx 1,443 & f(x_2) = f(4) &= \frac{1}{\ln 4} \approx 0,721 \\ f(x_1) = f(3) &= \frac{1}{\ln 3} \approx 0,910 & f(x_3) = f(5) &= \frac{1}{\ln 5} \approx 0,621 \end{aligned}$$

Окончательно:

$$I_3 = \int_2^5 \frac{dx}{\ln x} \approx 1 \cdot \left[ \frac{f(x_0) + f(x_3)}{2} + f(x_1) + f(x_2) \right] = \frac{1,443 + 0,621}{2} + 0,910 + 0,721 = 2,664$$

Полученное значение – это приближенное значение площади (см. рис.2).

б) При  $n=5$  формула трапеций принимает следующий вид:

$$I_5 = \int_2^5 \frac{dx}{\ln x} \approx h \cdot \left[ \frac{f(x_0) + f(x_5)}{2} + f(x_1) + f(x_2) + f(x_3) + f(x_4) \right]$$

Найдем шаг разбиения:

$$h = \frac{(b-a)}{n} = \frac{5-2}{5} = \frac{3}{5} = 0,6, \text{ т.е. длина каждого промежуточного отрезка равна } 0,6.$$

При оформлении задачи все вычисления удобно оформлять расчетной таблицей:

$i$	0	1	2	3	4	5
$x_i$	2	2,6	3,2	3,8	4,4	5
$f(x_i)$	1,443	1,047	0,860	0,749	0,675	0,621

В первой строке записываем «счётчик». Во второй строке сначала записываем нижний предел интегрирования  $a = x_0 = 2$ , остальные значения получаем, последовательно прибавляя шаг  $h = 0,6$ . В третью строку записываем значения подынтегральной функции в узлах. Например, если

$$x_3 = 3,8, \text{ то } f(3,8) = \frac{1}{\ln 3,8} \approx 0,749. \text{ В результате:}$$

$$\begin{aligned} I_5 &= \int_2^5 \frac{dx}{\ln x} \approx h \cdot \left[ \frac{f(x_0) + f(x_5)}{2} + f(x_1) + f(x_2) + f(x_3) + f(x_4) \right] = \\ &= 0,6 \cdot \left[ \frac{1,443 + 0,621}{2} + 1,047 + 0,860 + 0,749 + 0,675 \right] = 2,617 \end{aligned}$$

Если для 3-х отрезков разбиения  $I_3 \approx 2,664$ , то для 5-ти отрезков  $I_5 \approx 2,617$ .

**Таблица вариантов 7.1**

Вар.	Интеграл	n	Точность	Вар.	Интеграл	n	Точность
<b>1, 19</b>	$\int_0^{10} (3x^2 + 2x + 2)dx$	10	0,001	<b>10, 28</b>	$\int_0^4 e^x dx$	8	0,001

<b>2, 20</b>	$\int_0^8 (3x^2 - 4x + 1)dx$	8	0,001	<b>11, 29</b>	$\int_0^{10} (3x^2 + 2x - 2)dx$	10	0,001
<b>3, 21</b>	$\int_0^2 \frac{dx}{1+x^2}$	4	0,001	<b>12, 30</b>	$\int_0^8 (3x^2 - 4x + 2)dx$	8	0,001
<b>4, 22</b>	$\int_1^2 \frac{dx}{x}$	10	0,0001	<b>13</b>	$\int_0^2 \frac{dx}{x^2}$	4	0,001
<b>5, 23</b>	$\int_0^4 e^x dx$	4	0,001	<b>14</b>	$\int_1^2 \frac{dx}{2x}$	10	0,0001
<b>6, 24</b>	$\int_0^{10} (3x^2 + 2x + 1)dx$	10	0,001	<b>15</b>	$\int_0^2 e^x dx$	4	0,001
<b>7, 25</b>	$\int_0^8 (3x^2 - 4x - 1)dx$	8	0,001	<b>16</b>	$\int_0^2 \frac{dx}{1+x^2}$	4	0,0001
<b>8, 26</b>	$\int_0^2 \frac{dx}{1+x^2}$	8	0,001	<b>17</b>	$\int_1^2 2x^2 dx$	10	0,0001
<b>9, 27</b>	$\int_1^2 \frac{dx}{x}$	5	0,001	<b>18</b>	$\int_0^6 (3x^2 - 4x + 2)dx$	6	0,001

### 5. Литература

5.1. [4], глава V, §9.

5.2. [5], глава 3, п.3.1.

[Назад в СОДЕРЖАНИЕ](#)

## Самостоятельная работа №8

6 часов

### Подготовка к экзамену

#### 1.Цель работы

Актуализация знаний и умений по всему курсу для подготовки к промежуточной аттестации по учебной дисциплине «Математика».

Образовательные результаты в соответствии с программой: У1, 31-38.

#### 2.Обеспечивающие средства

2.1.Методические указания по выполнению самостоятельной работы.

2.2.Рабочие конспекты теоретического материала.

2.3.Тетради для практических/контрольных работ.

2.4.Тетради для внеаудиторной самостоятельной работы.

#### 3.Требования к отчету

3.1.Номер работы, тема, цель.

3.2.Выполнить задание 2 в тетради для самостоятельной работы.

#### 4.Технология выполнения задания

Задание 1. Пользуясь перечнем теоретических вопросов для подготовки к экзамену (см. [Приложение D](#)), повторить изученный материал.

Задание 2. Пользуясь перечнем типовых экзаменационных задач (см. [Приложение Е](#)), проработать их решение.

Задание 3. Подготовить перечень вопросов преподавателю на консультацию перед экзаменом.

[Назад в СОДЕРЖАНИЕ](#)

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представленное учебно-методическое пособие входит в учебно-методический комплекс по дисциплине *ЕН.01 Математика* вместе с:

- пособием «Методические указания по выполнению практических работ по учебной дисциплине «Математика» для студентов 1 курса (на базе 11 классов) специальности *21.02.11 ГЕОФИЗИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ПОИСКОВ И РАЗВЕДКИ МЕСТОРОЖДЕНИЙ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ*» (для студентов);
- комплектом контрольно-оценочных средств (для преподавателей);
- схемо-картой «Портфолио достижений по учебной дисциплине *ЕН.01 Математика*» (для преподавателей и студентов), см. [Приложение F](#).

Пособие позволяет в комплексе осуществлять математическую подготовку и формирование общих и профессиональных компетенций будущих специалистов среднего звена техников-геофизиков.

[Назад в СОДЕРЖАНИЕ](#)

## СПИСОК

### ИСТОЧНИКОВ ИНФОРМАЦИИ

1. Богомолов, Н.В. Математика: учеб. для ссузов/ Н.В.Богомолов, П.И. Самойленко.-М.: Дрофа, 2008.-395с.
2. Богомолов, Н.В. Сборник задач по математике: учеб. пособие для ссузов/ Н.В.Богомолов.-М.: Дрофа, 2010.-204с.
3. Дадаян, А.А. Математика: Учебник.-М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2003.-552с.- (Серия «Профессиональное образование»).
4. Лисичкин, В.Т., Соловейчик И.Л. Математика: учеб.пособие для техникумов.- М.: Высшая школа, 1991.-480 с.
5. Омельченко, В.П. Математика: учеб пособие / В.П.Омельченко, Э.В.Курбатова- Ростов н/Д: Феникс, 2009.- 380с. (Среднее профессиональное образование).
6. Филимонова, Е.В. Математика: Учебное пособие для средних специальных учебных заведений.- Ростов н/Д: Феникс, 2004.- 416с. (Серия «Среднее профессиональное образование»).
7. Шипачев, ...

[Назад в СОДЕРЖАНИЕ](#)



## Приложение В

### СПРАВОЧНИК ПО ТЕМЕ «ПРОИЗВОДНАЯ ФУНКЦИИ»

#### Определение производной функции

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

#### Основные правила дифференцирования

1.  $(Cf(x))' = C(f(x))'$
2.  $(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$
3.  $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + g'(x) \cdot f(x)$
4.  $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - g'f}{g^2}$
5.  $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$  Производной сложной функции

#### Таблица производных для элементарных функций

$C' = 0, x' = 1; (kx + b)' = k;$	$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x};$
$(x^n)' = nx^{n-1};$	$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}};$
$(e^x)' = e^x;$	$(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}};$
$(a^x)' = a^x \ln a;$	$(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2};$
$(\ln x)' = \frac{1}{x};$	$(\operatorname{arcctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2};$
$(\lg x)' = \frac{1}{x} \lg e; (\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$	$(x^x)' = x^x (1 + \ln x);$
$(\sin x)' = \cos x; (\cos x)' = -\sin x;$	
$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x};$	

[Назад в СОДЕРЖАНИЕ](#)

СПРАВОЧНИК ПО ТЕМЕ «ИНТЕГРИРОВАНИЕ ФУНКЦИЙ»

Таблица неопределенных интегралов

1. $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, (\alpha \neq -1)$	9. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C$
2. $\int \frac{dx}{x} = \ln x  + C$	10. $\int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arctg}x + C$
3. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, (a > 0)$	11. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm 1}} = \ln x + \sqrt{x^2 \pm 1}  + C$
4. $\int e^x dx = e^x + C$	12. $\int \frac{dx}{x^2-1} = \frac{1}{2} \ln \left  \frac{x-1}{x+1} \right  + C$
5. $\int \sin x dx = -\cos x + C$	13. $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$
6. $\int \cos x dx = \sin x + C$	14. $\int \frac{dx}{a^2+x^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$
7. $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg}x + C$	15. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln x + \sqrt{x^2 \pm a^2}  +$
8. $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg}x + C$	16. $\int \frac{dx}{x^2-a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left  \frac{x-a}{x+a} \right  + C$

Свойства неопределенных интегралов

- $\int (f(x) + g(x) - u(x)) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx - \int u(x) dx$
- $\int k \cdot f(x) dx = k \int f(x) dx$ , где  $k$  - const
- $\left( \int f(x) dx \right)' = f(x)$
- $\int df(x) = f(x) + c$

Приложения неопределенного интеграла

- $\int v(t) dt = S(t) + c$ ,  $S$  – перемещение,  $v$  – скорость
- $\int a(t) dt = v(t) + c$ ,  $v$  – скорость,  $a$  – ускорение
- $\int I(t) dt = q(t) + c$ ,  $q$  – заряд,  $I$  – сила тока
- $\int N(t) dt = A(t) + c$ ,  $A$  – работа,  $N$  – мощность

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a).$$

Определённый интеграл

Свойства определённого интеграла

- $\int_a^a f(x) dx = F(a) - F(a) = 0.$
- $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt.$
- $\int_a^b kf(x) dx = k \int_a^b f(x) dx.$
- $\int_a^b [f(x) + \varphi(x) - \psi(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b \varphi(x) dx - \int_a^b \psi(x) dx.$
- $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$
- $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx.$

[Назад в СОДЕРЖАНИЕ](#)

### ПЕРЕЧЕНЬ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ ВОПРОСОВ

1. Понятие комплексного числа. Алгебраическая форма записи, арифметические действия (сложение, вычитание, умножение, деление). Тригонометрическая форма записи комплексного числа. Операции над числами в тригонометрической форме (умножение, деление, возведение в натуральную степень). Показательная форма комплексного числа. Операции над числами в показательной форме (умножение, деление, возведение в натуральную степень).
2. Понятие определителя, способы его вычисления. Решение СЛАУ второго порядка методом Крамера.
3. Кривые второго порядка. Окружность, эллипс, гипербола, парабола (каноническое уравнение, график, свойства, основные элементы).
4. Предел функции. Свойства пределов. Способы раскрытия неопределенностей вида  $\frac{0}{0}$ . Вычисление пределов с помощью первого и второго «замечательных» пределов. Правило Лопиталья для раскрытия математических неопределенностей.
5. Понятие производной. Основные правила дифференцирования элементарных функций. Производные элементарных функций. Производная сложной функции.
6. Понятие первообразной. Неопределенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Основные формулы интегрирования. Вычисление неопределённых интегралов методом непосредственного интегрирования.
7. Определенный интеграл и его непосредственное вычисление. Формула Ньютона-Лейбница. Приложение определенного интеграла к вычислению пути, площади фигуры, объема тела вращения.
8. Дифференциальные уравнения 1 порядка с разделяющимися переменными. Решение задачи Коши.
9. Основные понятия и задачи комбинаторики: размещение, перестановка, сочетание.
10. Событие, вероятность события. Теоремы о сложении и умножении вероятностей. Понятие о задачах математической статистики. Понятие среднего выборочного, медианы, размаха значений выборки, объема выборки. Понятие случайной величины, математическое ожидание.

[Назад в СОДЕРЖАНИЕ](#)

## Приложение Е

### ПЕРЕЧЕНЬ ТИПОВЫХ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ ЗАДАЧ

1. Даны комплексные числа  $z_1 = 10 \left( \cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right)$  и  $z_2 = 2 \left( \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$ . Найдите их произведение, частное, квадрат первого числа, показательную форму второго числа.
2. Решите систему уравнений  $\begin{cases} x - y = 6 \\ 2x - 3y = 11 \end{cases}$  методом Крамера. ( $\Delta$ ,  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $x$ ,  $y$ )
3. Привести уравнение кривой к каноническому виду и построить график уравнения  $25x^2 + 4y^2 - 50x + 8y - 71 = 0$ .
4. Вычислить пределы: а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \cos 2x}{\sin 4x}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-4}{x^2-16}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x^2 - 2x + 1}{2x^2 - x}$ .
5. Найти производную функции  $y = \cos \sqrt{\ln 3x}$ ;  $f(x) = \sin x \ln^{5x+1} x$ .
6. Найти первообразные для функции  $f(x) = \sin x - 2x^6 + e^{2x}$ ;  $f(x) = x^3 - \frac{1}{x^3}$ .
7. Найти  $\int \left( -2x^3 + \pi - \frac{4}{x} \right) dx$ .
8. Вычислить  $\int_1^2 \left( \ln(x-3) + 3^x \right) dx$ .
9. Скорость точки изменяется по закону  $v(t) = 3t^2 + 4t - 1$ . Найти закон перемещения точки, если в начальный момент времени она находилась в начале координат.
10. Найти площадь фигуры, ограниченной графиками функций:  $y = x + 2$ ,  $y = 0$ ,  $x = 4$ .
11. Найти объем тела, полученного вращением фигуры вокруг оси абсцисс и ограниченной графиками функций:  $y = x + 2$ ,  $y = 0$ ,  $x = 4$ .
12. Найдите решение задачи Коши  $\begin{cases} \frac{dy}{2y} + x^3 dx = 0 \\ y(0) = e \end{cases}$ .
13. Сколькими способами можно выбрать 3 из 6 открыток? Сколькими способами можно расставить 6 книг на полке?
14. В корзине 5 белых, 10 черных и 8 красных мячей. Какова вероятность того, что наугад будет вынут нечерный мяч?
15. Данные о сотрудниках офиса приведены в таблице:

Фамилия	Возраст (лет)	Рост (см)	Вес (кг)
Андреев	28	172	75
Иванов	34	180	80
Петров	30	168	72
Сидоров	26	178	82
Фёдоров	35	176	78
Шариков	27	169	85

- Найдите: а) вероятность того, что наугад выбранный сотрудник моложе 30 лет; б) среднее выборочное значение роста сотрудников офиса; в) размах по весу сотрудников; г) медиану роста сотрудников офиса. [Назад в СОДЕРЖАНИЕ](#)

